UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

MSG 473 - Teknik Kuantitatif untuk Pengurusan II

Masa : [3 jam]

Jawab **SEMUA** soalan.

Bahagian I :

1. Pertimbangkan model giliran M/M/1 dengan saiz input terhad kepada M pelanggan sahaja. $\frac{1}{\lambda}$ ialah min masa seseorang pelanggan itu berada di luar sistem giliran dan $\frac{1}{\mu}$ pula ialah min masa layan.

   a) Lukiskan gambarajah kadar bagi sistem giliran itu.

   b) Tunjukkan bahawa bilangan purata pelanggan di dalam sistem giliran itu ialah :

   $$L = M - \frac{\mu}{\lambda}[\,1 - P_0\,]$$

   dengan $P_0 = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right]^{-1}$ ialah kebarangkalian

   sistem bersenang.

   (40 markah)

2. Sebuah bank menyediakan lima 'teller' yang setiap satunya mempunyai barisan menunggu yang tersendiri. Pelanggan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 100 sejam. Pelanggan akan memilih barisan menunggu yang terpendek semasa ketibaan mereka dan akan kekal menunggu di dalamnya sehingga selesai urusan mereka. Pada hitung panjangnya didapati bahawa pembahagian pelanggan di antara 'teller' adalah sama rata. Masa layan setiap 'teller' didapati mengikuti agihan eksponen dengan purata 2 minit.

.../2

a) Pada puratanya berapa lamakah setiap pelanggan akan berada di dalam bank ?
b) Barapa ramaikah purata pelanggan yang akan berada di dalam bank pada sesuatu masa ?
c) Apakah peratusan masa sibuk seseorang 'teller' ?

Bank itu sedang membuat pertimbangan untuk menjadikan salah satu daripada 'teller' itu sebagai 'teller'-pantas yang akan hanya mengendalikan urusan penyimpanan wang sahaja. Data yang ada menunjukkan bahawa 32% daripada urusan dengan 'teller' sebelum ini adalah urusan penyimpanan wang dan masa layan bagi urusan itu adalah saragam di antara 0.3 ke 0.7 minit. Masa layan bagi urusan yang lain masih lagi mengikuti agihan eksponen tetapi dengan purata 2.7 minit. Adalah dianggarkan bahawa jika "teller'-pantas itu dibuka, kesemua pelanggan yang layak menggunakannya akan berbuat demikian dan pembahagian pelanggan di antara 'teller' yang lain masih lagi sama rata.

d) Pada puratanya berapa lamakah setiap pelanggan akan berada di dalam bank jika 'teller'-pantas dibuka ?
e) Barapa ramaikah purata pelanggan yang akan berada di dalam bank pada sesuatu masa jika 'teller'-pantas dibuka ?
f) Apakah peratusan masa sibuk seseorang 'teller' biasa ? Bagaimana pula dengan peratusan masa sibuk 'teller'-pantas ?

Satu lagi opsyen perubahan yang sedang dipertimbangkan ialah dengan mengadakan hanya satu sahaja barisan menunggu. Sebaik sahaja salah satu daripada lima 'teller' itu bersenang, pelanggan yang menunggu di hadapan sekali akan berurusan dengan 'teller' itu. Kadar ketibaan dan kadar layanan dijangkakan tidak akan berubah jika opsyen ini dilaksanakan.

g) Pada puratanya berapa lamakah setiap pelanggan akan berada di dalam bank jika opsyen ini dilaksanakan ?
h) Barapa ramaikah purata pelanggan yang akan berada di dalam bank pada sesuatu masa jika opsyen ini dilaksanakan ?
i) Apakah peratusan masa sibuk seseorang 'teller' jika opsyen ini dilaksanakan ?
j) Pada pendapat anda sistem yang manakah harus digunakan oleh bank itu ? Jelaskan mengapa.

(60 markah)

.../3

Bahagian II :

1. Sebuah kedai barangan elektronik menyimpan seunit sahaja tv-36" di dalam stoknya. Sebaik sahaja unit itu dijual, unit yang baru akan dipesan dan masa ketibaan unit yang dipesan adalah mengikuti agihan eksponen dengan purata satu minggu. Pelanggan tiba untuk membeli tv-36" itu pada puratanya sekali dalam masa lima minggu dan ketibaan itu didapati berlaku secara rawak. Sekiranya tv-36" tidak ada di dalam stok apabila seseorang pelanggan yang berminat membelinya itu tiba, pelanggan itu akan pergi ke tempat lain. Keuntungan seunit daripada penjualan tv-36" ialah $200.

   a) Apakah kemungkinan bahawa seseorang pelanggan yang berminat membeli tv-36" tiba di kedai itu dan mendapati bahawa tv itu berada di dalam stok ?

   b) Apakah kos mingguan kehilangan pelanggan ?

   (20 markah)

2. Sebuah stesyen minyak petrol mempunyai sebuah mesin pembasuh kereta. Masa yang diperlukan untuk membasuh sesebuah kereta satu persatu adalah mengikut agihan eksponen dengan min 6 minit. Ketibaan kereta adalah mengikuti proses Poisson dengan kadar 10 sejam. Apabila bilangan kereta yang sedang menunggu ialah 3, didapati bahawa pelanggan yang tiba berikutnya akan pergi ke tempat lain. Kehilangan keuntungan apabila ini berlaku ialah $2 sekereta. Dua cadangan perubahan berikut sedang dipertimbangkan :

   <u>Cadangan I</u>
   Gunakan satu peralatan tambahan bersama mesin yang sedia ada. Ini akan meningkatkan kos peralatan sebanyak $1 sejam dan akan menyusutkan min masa membasuh kereta menjadi 5 minit. Selain daripada itu, stesyen itu akan membuat satu jaminan bahawa jika seseorang pelanggannya terpaksa menunggu sehingga lebih daripada 30 minit supaya keretanya siap dibasuh, tiada bayaran akan dikenakan (kos kepada stesyen sekiranya ini berlaku ialah $1.50 sekereta). Jaminan ini akan membuatkan tidak ada pelanggannya yang akan pergi ke tempat lain.

   <u>Cadangan II</u>
   Gantikan mesin membasuh dengan mesin terbaik dipasaran yang akan membasuh sesebuah kereta itu melalui dua pusingan dengan masa membasuh sepusingan adalah mengikuti agihan eksponen dengan min 2 minit. Ini akan meningkatkan kos peralatan sebanyak $3 sejam. Oleh kerana keberkesanan mesin ini, dianggarkan bahawa stesyen tidak akan kehilangan pelanggannya.

Adalah dirasakan bahawa bagi setiap minit seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu sehinggalah keretanya mula dibasuh, kos kehilangan perniagaan bagi masa hadapan ialah 10 sen.

Opsyen manakah yang terbaik daripada segi jangkaan jumlah kos sejam ?

(45 markah)

3. Sebuah tempat servis kereta mempunyai sebuah mesin pengilat kereta yang dapat beroperasi pada tiga kelajuan. Pada kelajuan yang perlahan, purata masa mengilat sesebuah kereta ialah 10 minit. Pada kelajuan yang sederhana, puratanya ialah 6 minit dan pada kelajuan yang pantas pula, puratanya ialah 5 minit. Masa sebenar adalah mengikut agihan eksponen. Apabila terdapat sebuah kereta sahaja di tempat itu, kelajuan yang perlahan akan digunakan. Sebaik sahaja terdapat sebuah kereta yang sedang menunggu, kadar sederhana akan digunakan dan sekiranya bilangan yang menunggu menjadi dua atau lebih, kadar pantas akan digunakan. Kelajuan mesin dapat diubah pada bila-bila masa sahaja.

   Adalah dianggarkan bahawa pelanggan tiba mengikut proses Poisson dengan kadar 12 sejam. Jika seseorang pelanggan itu tiba dan didapatinya terdapat 3 kereta yang sedang menunggu, dia akan pergi ke tempat yang lain.

   a) Tentukan bilangan jangkaan kereta yang sedang menunggu untuk dikilatkan.
   b) Berapakah masa purata seseorang pelanggan itu terpaksa menunggu supaya keretanya mula dikilatkan ?
   c) Jika kos pengoperasian mesin pengilat ialah \$5 sejam pengoperasian pada kadar perlahan, \$8 sejam pengoperasian pada kadar sederhana dan \$12 sejam pengoperasian pada kadar pantas, tentukan kos pengoperasian purata sejam.

(35 markah)

Bahagian III :

1. Apakah peranan nombor-nombor rawak dalam simulasi? Berikan nama-nama penjana nombor rawak. Terangkan dan berikan contoh *kaedah kongruen campuran* (additional congruential method) dan *kaedah 'mid-square'*. Apakah kelemahan kaedah-kaedah ini ?

(40 markah)

.../5

2. Abu bekerja bersendirian di sebuah kedai gunting. Kedai gunting ini mempunyai tiga buah kerusi untuk pelangggan menunggu. Pemilik kedai ini membuka kedainya tepat pada pukul 8:00 pagi setiap hari. Kedai ini dibuka lima hari seminggu.

   Pada waktu tengahari, pemilik kedai gunting akan meletakkan papan tanda TUTUP di pintu kedainya untuk mengelakkan pelanggan daripada memasuki kedai. Setelah melayan kesemua pelanggan yang berada di dalam kedai, Abu berehat selama 60 minit untuk makan tengahari. Selepas itu dia akan membuka semula kedai.

   Tepat pada pukul 5:00 petang dia akan menutup kedai dan menghabiskan layanan kepada pelanggan yang sedang menunggu. Abu mendapati bahawa apabila pelanggan tiba dan mendapati tidak ada tempat untuk mereka duduk ketika menunggu, mereka akan meninggalkan kedai serta merta. Ketibaan pelanggan bertaburan Poisson dengan purata empat orang sejam. Abu telah mencatat dengan teliti masa yang diperlukan untuk menggunting dan mendapati bahawa ia bertaburan seragam dalam selang [600, 1200 saat] atau (900 ± 300 saat).

   Abu ingin mengetahui sama ada majikannya akan memperolehi keuntungan sekiranya dia menambahkan kerusi keempat untuk pelanggan menunggu. Berikan pengaturcaraan GPSS bagi model ini berserta komen bagi blok-blok yang digunakan.

   <u>Lampiran</u> : Fungsi bagi taburan eksponen.

```
XPDIS     FUNCTION     RN1,C24
0,0/.1,.104/.2,.222/.3,.355/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.75,1.38/.8,1.6
.84,1.83/.88,2.12/.9,2.3/.92,2.52/.94,2.81/.95,2.99/.96,3.2/.97,3.5
.98,3.9/.99,4.6/.995,5.3/.998,6.2/.999,7/.9998,8
```

(60 markah)

oooOOooo

Rumus-rumus bagi Teorem Giliran:

1. M/M/1 :

$$\rho = \lambda/\mu$$

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n \qquad \text{untuk} \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \qquad , \qquad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$P[W > t] = e^{-t/W}$$

$$P[W_q > t] = \rho e^{-t/W}$$

2. M/M/s :

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$$

$$P_0 = \left[\frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{(1 - \rho)} + \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & , \quad \text{jika} \quad 0 \leq n \leq s \\[2ex] \dfrac{(\lambda/\mu)^n}{s!\ s^{n-s}} P_0 & , \quad \text{jika} \quad n \geq s \end{cases}$$

$$L_q = \frac{(\lambda/\mu)^s \rho}{s!\ (1 - \rho)^2} P_0$$

.../2

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \qquad W = W_q + 1/\mu$$

$$L = L_q + \lambda/\mu$$

$$P[W_q > t] = \frac{P_0 \, s\mu \, (\lambda/\mu)^s}{s!(s\mu - \lambda)} \; e^{-(s\mu-\lambda)t}$$

3. M/M/s dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{M} \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} \; s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_0 \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \quad \text{jika} \quad 0 \leq n \leq s \\ P_0 \binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} \; s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n & , \quad \text{jika} \quad s \leq n \leq M \\ 0 & , \quad \text{jika} \quad n > M \end{cases}$$

$$L = P_0 \left[\sum_{n=0}^{s-1} n\binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} n\binom{M}{n} \frac{n!}{s^{n-s} \; s!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]$$

$$L_q = L - s + P_0 \sum_{n=0}^{s-1} (s-n) \binom{M}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$W = \frac{L}{\lambda(M - L)} \quad , \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda(M - L)}$$

4. M/G/1 :

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + \rho^2}{2(1 - \rho)}$$

$$L = \rho + L_q$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad , \quad W = W_q + \frac{1}{\mu}$$

5. $M/E_k/1$:

$$L_q = \frac{1 + k}{2k} \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W_q = \frac{1 + k}{2k} \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = W_q + 1/\mu$$

$$L = \lambda W$$

6. Model $M/M/1/k$

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{(1 - \rho)\rho^n}{1 - \rho^{k+1}} & (\rho \neq 1) \\[2ex] \dfrac{1}{k + 1} & (\rho = 1) \end{cases}$$

Untuk $\rho \neq 1$

$$L = \frac{\rho[1 - (k + 1)\rho^k + k\rho^{k+1}]}{(1 - \rho^{k+1})(1 - \rho)}$$

$$L_q = L - (1 - P_0) = L - \frac{\rho(1 - \rho^k)}{1 - \rho^{k+1}}$$

$$W = L/\lambda' \quad , \quad \lambda' = \mu(L - L_q)$$

$$W_q = W - 1/\mu = L_q/\lambda'$$

Untuk $\rho = 1$

$$L = \frac{k}{2}$$

7. Model M/M/s/k :

$$P_n = \begin{cases} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (0 \leq n < s) \\ \dfrac{1}{s^{n-s}\, s!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 & (s \leq n \leq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left[\sum\limits_{n=0}^{s-1} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!}\, \dfrac{1-\left(\dfrac{\lambda}{s\mu}\right)^{k-s+1}}{1-\lambda/s\mu}\right]^{-1} & (\lambda/s\mu \neq 1) \\ \left[\sum\limits_{n=0}^{s-1} \dfrac{1}{n!}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^n + \dfrac{(\lambda/\mu)^s}{s!}(k-s+1)\right]^{-1} & (\lambda/s\mu = 1) \end{cases}$$

$$L_q = \frac{P_0 (s\rho)^s \rho}{s!(1-\rho)^2}\left[1-\rho^{k-s+1}-(1-\rho)(k-s+1)\rho^{k-s}\right]$$

$$L = L_q + s - P_0 \sum_{n=0}^{s-1} \frac{(s-n)(\rho s)^n}{n!}$$

$$W = \frac{L}{\lambda'} \quad , \qquad \lambda' = \lambda(1-P_k)$$

$$W_q = W - \frac{1}{\mu}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda'}$$

8. Model M/M/s/s :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n/n!}{\sum\limits_{i=0}^{s}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}\right)^i\Big/ i!} \qquad (0 \leq n \leq s)$$

$$P_s = \frac{(s\rho)^s/s!}{\sum_{i=0}^{s} (s\rho)^i/i!} \qquad (\rho = \lambda/s\mu)$$

$$L = \frac{\lambda}{\mu}(1 - P_s) \quad , \qquad W = \frac{L}{\lambda'} \text{ dengan } \lambda' = \lambda(1 - P_s)$$

9. Model M/M/∞ :

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n e^{-\lambda/\mu}}{n!} \qquad (n \geq 0)$$

$$L = \lambda/\mu \qquad W = \frac{1}{\mu}$$

10. <u>Layanan Berkeadaan</u>

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_1 & (1 \leq n \leq k) \\ \mu & (n \geq k) \end{cases}$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - \rho_1^k}{1 - \rho_1} + \frac{\rho\rho_1^{k-1}}{1 - \rho} \right]^{-1} \qquad (\rho_1 = \lambda/\mu_1, \ \rho = \lambda/\mu < 1)$$

$$L = P_0 \frac{\rho_1[1 + (k-1)\rho_1^k - k\rho_1^{k-1}]}{(1 - \rho_1)^2} + \frac{\rho\rho_1^{k-1}[k - (k-1)\rho]}{(1 - \rho)^2}$$

$$L_q = L - (1 - P_0)$$

$$W = \frac{L}{\lambda} \qquad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W = W_q + \frac{1 - P_0}{\lambda}$$

11. M/M/1 dengan saiz sumber input terhad sebanyak M.

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right]^{-1}$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_o \qquad \text{bagi} \quad n = 1,2,\ldots,M$$

$$L = M - \frac{\mu}{\lambda} [1 - P_o]$$

$$L_q = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_o)$$

$$W = \frac{L}{\lambda'}, \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda'} \qquad \text{dengan } \lambda' = \lambda(M - L)$$